

Übungen: Quadratische Funktionen

© Ben Hambrecht

Inhaltsverzeichnis

1	Zahlenfolgen und ihre Differenzen	2
2	Parabeln	13
3	Einfache quadratische Funktionen	18
4	Allgemeine quadratische Funktionen	31
5	Quadratische Optimierung	41

1 Zahlenfolgen und ihre Differenzen

Übung 1.1. *Was ist die nächste Zahl in dieser Folge? Begründe.*

2, 3, 6, 11, 18, 27, ...

Übung 1.2. *Zeige: Die Differenzen 3. Ordnung dieser Folge haben alle denselben Wert. (Wir sagen: "Die Differenzen 3. Ordnung sind konstant.") Was ist die nächste Zahl in der Folge?*

0, 2, 20, 72, 176, 350, ...

Übung 1.3.

(a) *Ab welcher Ordnung sind die Differenzen der Folge der Quadratzahlen konstant?*

1, 4, 9, 16, 25, 36, ...

(b) *Gleiche Frage für die Folge der Kubikzahlen.*

Übung 1.4. * *Ab welcher Ordnung sind die Differenzen dieser Folge konstant?*

1, 2, 4, 8, 16, 32, ...

Übung 1.5. *Finde alle fehlenden Zahlen aus der gegebenen Hauptdiagonale:*

$$\begin{array}{cccccccc}
 1 & - & - & - & - & - & - & - \\
 & 0 & - & - & - & - & - & - \\
 & & -2 & - & - & - & - & - \\
 & & & 4 & - & - & - & - \\
 & & & & 1 & - & - & - \\
 & & & & & 1 & - & - \\
 & & & & & & 1 & - \\
 & & & & & & & 1
 \end{array}$$

Übung 1.7. Der Term $n^2 + n$ beschreibt eine Zahlenfolge:

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$n^2 + n$								

- (a) Vergleiche die Hauptdiagonale dieser Folge mit denen der Folgen n^2 (Quadratzahlen) und n (natürliche Zahlen). Was fällt auf?
- (b) Wie könnte man diesen Zusammenhang begründen?

Übung 1.8. *In dieser Übung finden wir die Formel hinter dieser Zahlenfolge: 2, 7, 16, 29, 46, 67, ...*

(a) *Finde alle Differenzen und die Hauptdiagonale der Folge. Welchen Grad hat sie?*

2, 7, 16, 29, 46, 67, ...

(b) *Nun drücken wir die Hauptdiagonale als Kombination bekannter Hauptdiagonalen aus:*

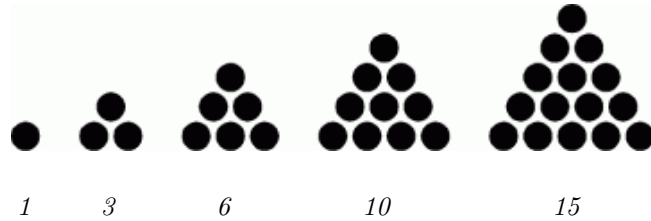
(c) *Eine Formel für die gegebene Folge lautet also:*

(d) *Was ist die 100. Zahl in der Folge?*

Übung 1.9. *Finde die Formel hinter dieser Zahlenfolge:*

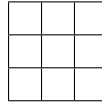
2, 2, 4, 8, 14, 22, 32, ...

Übung 1.10. *Dies sind die so genannten Dreieckszahlen:*



- (a) *Warum bilden die Dreieckszahlen eine Folge 2. Grades? Tipp: Wo in der Abbildung sind die Differenzen 1. Ordnung?*
- (b) *Finde eine Formel für die Dreieckszahlen als Term in der Seitenlänge n .*

Übung 1.11. * In einem Gitter aus 3×3 Quadraten finden sich eigentlich insgesamt 13 Quadrate: 9 kleine, 4 grössere 2×2 -Quadrate und ein grosses 3×3 -Quadrat.



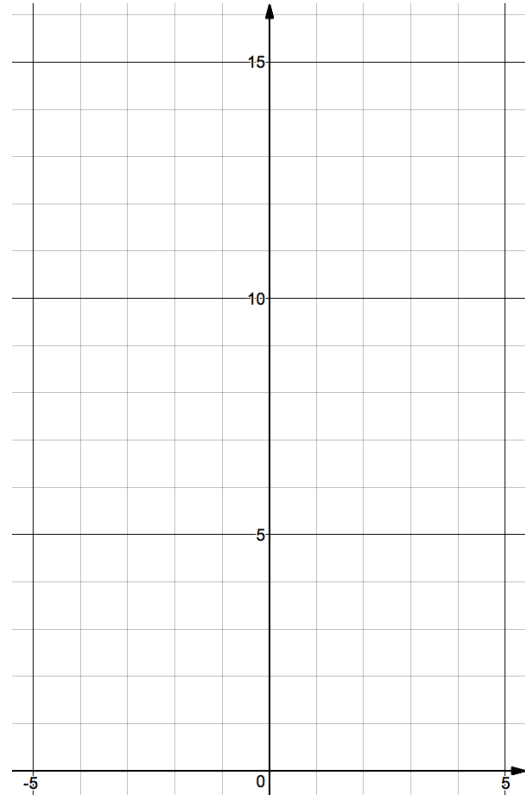
Wie viele Quadrate verstecken sich in einem Gitter aus $n \times n$ Quadraten?

2 Parabeln

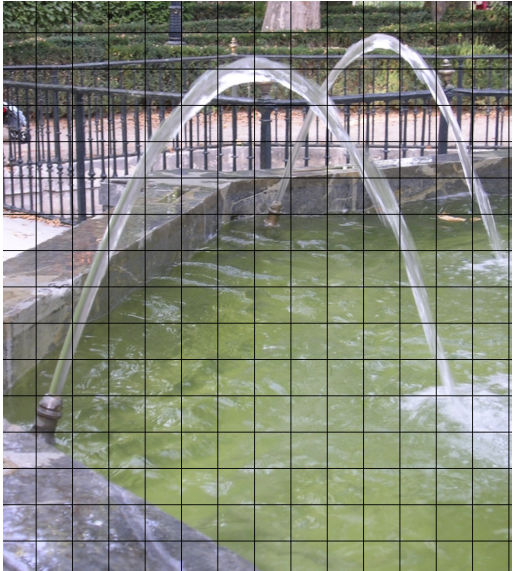
Übung 2.1. Hier untersuchen wir den Graphen der Funktion $y = x^2$.

Vervollständige die Wertetabelle, übertrage die Punkte in das Koordinatensystem und skizziere den Graphen.

x	$y = x^2$
-4	
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	



Übung 2.2. *Die Form eines Wasserstrahls ist auch eine Parabel, wie sich an den Differenzen 1. Ordnung überprüfen lässt. Wie?*



Übung 2.3. *Welche dieser Kurven sind Parabeln?*

(a) *Eine hängende Kette*



(b) Der Weg eines geworfenen Balls



(c) *Ein Halbkreis*

